NOVEMBER/DECEMBER 2024

FMA11/CMA11/BMA11 — ALGEBRA



Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

1. Find the equation with rational coefficients and one of whose roots is $\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

   $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ என்ற மூலத்தை கொண்ட விகிதமுறு கெழுக்களின் சமன்பாட்டை காண்க.

2. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are the roots of the biquadratic equation $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$, find $\sum\alpha^2$.

   $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$ என்ற இருபடி சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ எனில், $\sum\alpha^2$ மதிப்பு யாது?

3. How do you use Descarte's Rule of signs?

   டெஸ்கார்ட்ஸ் விதிகளின் குறிகளை நீங்கள் எவ்வாறு பயன்படுத்துவீர்கள்?

4. Discuss the nature of the roots of the equation $x^9 + 5x^8 - x^3 + 7x + 2 = 0$.

$x^9 + 5x^8 - x^3 + 7x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையை ஆராய்க.

5. State Binomial theorem.

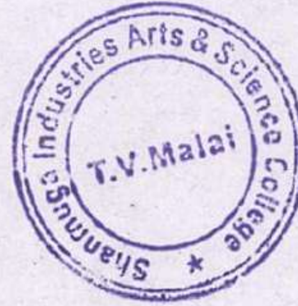
ஈருறுப்பு தேற்றத்தை எழுதுக.

6. Write the expansion of $\log\frac{1+x}{1-x}$.

$\log\frac{1+x}{1-x}$ ன் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

7. Define skew-symmetric matrix.

வளைவு சமச்சீர் அணியை வரையறுக்கவும்.



8. State Cayley-Hamilton theorem.

கெய்லே கேமில்டன் தேற்றத்தை எழுதுக.

9. Define Euler's function.

யூலரின் சார்பை வரையறு.

10. When will you say that integers are said to be congruent?

எப்பொழுது இரண்டு முழு எண்கள் ஒத்த தன்மை உடையதாக இருக்கும்?

17. Solve the equation $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$ by finding rational roots using Newtons method.

$x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் விகிதமுறு மூலங்களை நியூட்டன் முறைப்படி காண்க.

18. Sum the series to infinity

$$\frac{1.4}{5.10} - \frac{1.4.7}{5.10.15} + \frac{1.4.7.10}{5.10.15.20} - \ldots\ldots$$

$\frac{1.4}{5.10} - \frac{1.4.7}{5.10.15} + \frac{1.4.7.10}{5.10.15.20} - \ldots\ldots$ என்ற தொடரை முடிவிலி வரை கூடுதல் காண்க.

19. Diagonalise the matrix $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை மூலைவிட்ட அணியாக்குக.

20. Show that if x and y are both prime to the prime number n, then $x^{n-1} - y^{n-1}$ is divisible by n.

$x^{n-1} - y^{n-1}$ ஐ பகா எண் n -ஆல் வகுத்தால் x மற்றும் y யும் பகா எண்களாக இருக்கும் என நிரூபி.

Industries Arts & Science College T.V.Malai

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the condition that the roots of the equation $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ may be in geometric progression.

$ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பெருக்குத்தொடர் வரிசையில் அமைந்தால், அந்த சமன்பாட்டின் நிபந்தனைகளை காண்க.

Or

(b) If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, form the equation whose roots are $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ and $\gamma\alpha$.

α, β, γ மூலங்களாக உடைய $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ சமன்பாட்டை $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ மற்றும் $\gamma\alpha$ மூலங்களை கொண்ட சமன்பாடாக மாற்றுக.

12. (a) Show that $x^6 + 3x^2 - 5x + 1 = 0$ has atleast four imaginary roots.

$x^6 + 3x^2 - 5x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாடு நான்கு கற்பனை மூலங்கள் இருக்கும் என நிரூபிக்கவும்.

Or

(b) Solve the equation $x^3 - 6x - 9 = 0$.

$x^3 - 6x - 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.

13. (a) Sum the series $\frac{5}{1!}+\frac{7}{3!}+\frac{9}{5!}+....$

$\frac{5}{1!}+\frac{7}{3!}+\frac{9}{5!}+....$ என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்க.

Or

(b) Show that

$\log\sqrt{12}=1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2}+......$

$\log\sqrt{12}=1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2}+......$ என நிரூபி.

14. (a) Show that $A=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3}\\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{-2}{3}\\ \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3}\end{bmatrix}$ is orthogonal.

$A=\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3}\\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{-2}{3}\\ \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3}\end{bmatrix}$ என்ற அணியானது செங்குத்தாக அமையும் என நிரூபி.

Or

(b) Find the eigenvalues of the matrix $A=\begin{bmatrix}-2 & 2 & -3\\ 2 & 1 & -6\\ -1 & -2 & 0\end{bmatrix}$.

$A=\begin{bmatrix}-2 & 2 & -3\\ 2 & 1 & -6\\ -1 & -2 & 0\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகளை காண்க.

15. (a) Find the highest power of 3 dividing 1000!

1000! ஐ 3 ஆல் வகுத்தால் அதிகபட்ச படி யாது?

Or

(b) Show that x^5-x is divisible by 30

x^5-x என்ற சமன்பாடு 30 ஆல் வகுக்க இயலும் என நிரூபி.

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve the equation

$6x^6-35x^5+56x^4-56x^2+35x-6=0$.

$6x^6-35x^5+56x^4-56x^2+35x-6=0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்கவும்.